

Προγραμματισμός I

Το δυαδικό σύστημα

Δημήτρης Μιχαήλ



Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεματικής
Χαροκόπειο Πανεπιστήμιο

Δεκαδικοί Αριθμοί

Ένας αριθμός στο δεκαδικό σύστημα, όπως ο 7392, παριστάνει μία ποσότητα που είναι ίση με 7 χιλιάδες συν 3 εκατοντάδες συν 9 δεκάδες και 2 μονάδες. Οι χιλιάδες, οι εκατοντάδες, κλπ. είναι δυνάμεις του 10 που εξαρτώνται από τη θέση των συντελεστών.

$$7392 = 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10 + 2 \times 10^0$$

Για ευκολία γράφουμε μόνο του συντελεστές και συμπεραίνουμε την απαιτούμενη δύναμη του 10 από την θέση τους.

Δεκαδικοί Αριθμοί

Γενικά ένας αριθμός με υποδιαστολή παριστάνεται με μια σειρά από συντελεστές ως εξής:

$$\alpha_5\alpha_4\alpha_3\alpha_2\alpha_1\alpha_0.\alpha_{-1}\alpha_{-2}\alpha_{-3}$$

κάθε συντελεστής α_j είναι ένας από τα 10 ψηφία (0, 1, 2, ..., 9) και ο δείκτης j δείχνει τη θέση, και συνεπώς, και τη δύναμη του 10 με την οποία πρέπει να πολλαπλασιαστεί ο συντελεστής:

$$10^5\alpha_5 + 10^4\alpha_4 + 10^3\alpha_3 + 10^2\alpha_2 + 10^1\alpha_1 + 10^0\alpha_0 + \\ 10^{-1}\alpha_{-1} + 10^{-2}\alpha_{-2} + 10^{-3}\alpha_{-3}$$

Βάση

Λέμε πως το δεκαδικό σύστημα έχει **βάση** το 10, επειδή χρησιμοποιεί δέκα ψηφία και οι συντελεστές πολλαπλασιάζονται με δυνάμεις του 10.

Δυαδικό Σύστημα

Το δυαδικό σύστημα έχει βάση το 2 και άρα:

- χρησιμοποιεί 2 στοιχεία: το 0 και το 1
- οι συντελεστές πολλαπλασιάζονται με δυνάμεις του 2

Δυαδικό Σύστημα

Παράδειγμα

$$11010 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 26$$

ή

$$11010.11 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 26.75$$

Σύστημα με βάση r

Ένας αριθμός εκφρασμένος σε σύστημα με βάση το r έχει συντελεστές που πολλαπλασιάζονται με δυνάμεις του r :

$$\alpha_n \cdot r^n + \alpha_{n-1} \cdot r^{n-1} + \dots + \alpha_2 \cdot r^2 + \alpha_1 \cdot r^1 + \alpha_0 + \\ \alpha_{-1} \cdot r^{-1} + \alpha_{-2} \cdot r^{-2} + \dots + \alpha_{-m} \cdot r^{-m}$$

οι τιμές των συντελεστών α_j κυμαίνονται από το 0 έως το $r - 1$.

Οκταδικό Σύστημα

Για $r = 8$ έχουμε το οκταδικό σύστημα που χρησιμοποιεί τα ψηφία $0, \dots, 7$ για να αναπαραστήσει τους αριθμούς.

Πολλές φορές βάζουμε τους συντελεστές σε παρένθεση και τη βάση ως δείκτη για να ξεχωρίζουμε τους αριθμούς μεταξύ τους:

$$(7302)_8 = 7 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = (3378)_{10}$$

Δεκαεξαδικό Σύστημα

Για $r = 16$ έχουμε το δεκαεξαδικό σύστημα που χρησιμοποιεί τα ψηφία:

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *A, B, C, D, E, F*

Το A σημαίνει 10, το B σημαίνει 11, κ.τ.λ μέχρι και το F που σημαίνει 15 σε δεκαδικό.

$$(B65F)_{16} = 11 \cdot 16^3 + 6 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 15 = (46687)_{10}$$

Αριθμοί σε Διάφορες Βάσεις

Δεκαδικό	Δυαδικό	Οκταδικό	Δεκαεξαδικό
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

- Κεφάλαιο 1 από το βιβλίο:
Ψηφιακή Σχεδίαση, Mano Morris και Ciletti Michael,
Α. ΠΑΠΑΣΩΤΗΡΙΟΥ & ΣΙΑ ΟΕ, 4η έκδοση, 2010
- Ιστοσελίδα wikipedia:
http://en.wikipedia.org/wiki/Binary_numeral_system